

ダークマターハローの構造

福重俊幸

〈東京大学大学院総合文化研究科 〒153-8902 東京都目黒区駒場 3-8-1〉

e-mail: fukushig@provence.c.u-tokyo.ac.jp

宇宙論の初期密度揺らぎから出発して、重力不安定性の結果最終的にできるダークマターハローの構造については、近年、世界中で精力的な研究が繰り広げられてきた。筆者らは、自ら開発した専用計算機 **GRAPE** を利用して、高分解能かつ信頼性の高い宇宙論的重力多体シミュレーションを実施してきた。ここでは最新のシミュレーション結果を紹介し、これまで得られている知見をまとめる。

1. はじめに

現在標準とされている宇宙論の描像では、銀河や銀河団などのさまざまな構造は、宇宙初期の小さな密度揺らぎから階層的に、つまり、より小さい構造の合体を経て形成されたと考えられています。そのような形成過程を単純化して、重力相互作用のみで起こるとしたときに最終的にできるものがどのような構造をもつのか、を調べるのが本研究の目的です。冷たい暗黒物質モデル（以下 **CDM** モデルとする）の枠組で考えれば、最終的にできるダークマターハローの構造を調べることができるようになります。もちろん、銀河・銀河団形成までを理解するためには、バリオンガスの進化を合わせて理解することが最終的には必要ですが、まずは確立しているプロセスを正確に理解するのがこの研究の立場です。もっとも、得られた理論モデルは、単に構造形成理論における基本的な問いかけに対する答えであることにとどまらず、銀河の回転曲線、銀河・銀河団での重力レンズ現象、銀河団高温ガスの分布、天体の質量・光度関数などの観測との直接比較にも用いられています。

筆者はこのダークマターハローの構造を宇宙論

的重力多体シミュレーションを使って調べてきました。今回、その一連の研究に対して研究奨励賞をいただきました。どうもありがとうございます。ここでは、最新のシミュレーションを中心に筆者の行った研究を紹介します。

2. NFW プロファイル

このダークマターハローの構造に関する研究は古くから解析的・数値的に取り組まれてきましたが、1996年の **Julio Navarro, Carlos Frenk, Simon White** の3氏による密度プロファイルの発見はこの後の研究に大きな影響を与えました^{1),2)}。彼らは、**CDM** モデルなど階層的構造形成モデルでのダークマターハロー形成の宇宙論的重力多体シミュレーションを行いました。その結果、密度構造が中心部で半径のマイナス1乗、外側でマイナス3乗に比例するプロファイルでフィッティングでき、かつ、それは、ハローの質量、初期密度揺らぎのスペクトル、宇宙論パラメーターによらない普遍的なものであると主張しました。これが、いわゆる **NFW** (ユニバーサル) プロファイルです。このプロファイルは、(1) ダークマターハローは無衝突重力多体系であるのにもかかわらず、宇宙論の初期条件を忘れて、普遍的という性

質をもつ、(2) 中心部は当時漫然と考えられていた等温分布やフラットコアと違いマイナス1乗のカuspをもつ、の2点から非常に興味を集めました(と、個人的には分析しています)。その単純さとわかりやすさが手伝ってか、今日までこのNFWプロファイルは非常に多くの場面で用いられています。

しかしながら、彼らのシミュレーション結果の数値的な問題点は、1997年の筆者らによるもの³⁾をはじめとして、当初から数多く指摘されてきました。そういったことから、筆者らの一連のシミュレーション^{4), 5)}を含めて、世界中で多くの分解能を上げたシミュレーションが実行され、より正しい構造に関する研究が今日に至るまで精力的に行われきました⁶⁾⁻⁸⁾。

NFWプロファイルでのオリジナルの主張は、(A) 普遍的である、(B) 中心にマイナス1乗のカuspをもつ、(C) 外側ではマイナス3乗の裾をもつ、(D) プロファイルのスケール半径・スケール密度は宇宙論から決まる、の四つに分けることができます。先に今日までに得られている理解をまとめますと、(A) はおおむねYES、(B) はNO、(C) と (D) はYESです。(A) に関しては、ハローの大きさの1%半径より外側でという限定はつきませんが、ほぼ普遍的なプロファイルが実現されます。これはある意味驚きの結果で、何らかの緩和過程の存在を示唆しています。(B) に関しては、微妙ではあるのですが、もう少し深いべきのカuspをもちます。マイナス1乗は数値的誤差の影響です。ただし、分解能ぎりぎりの限界ではマイナス1.5乗ほどは深くならず中間的なべきをもつというのが現状のコンセンサスです^{9), 10)}。次の章で筆者らの最近のシミュレーション結果を紹介します。

3. ダークマターハロー形成シミュレーション

この章では最も新しいシミュレーションである

Fukushige, Kawai, Makino の結果¹⁰⁾を紹介しません。この研究では、宇宙項入りCDMモデル(以下LCDMモデル)および標準CDMモデル(以下SCDMモデル)における銀河団スケールのダークマターハロー形成の宇宙論的重力多体シミュレーションを行って、その構造を調べました。図1はそのスナップショットです。シミュレートしたハローは質量が 4.4×10^{14} から 1.5×10^{15} 太陽質量、大きさは1.8 Mpcから3.0 Mpcに分布する計8個です。シミュレーションに用いた粒子数は最大6,200万で、最終的に3,100万の粒子が単独のダークマターハローを構成しています。単独天体のシミュレーションに限れば、この粒子数は現状で世界最大です。

3.1 初期粒子分布の生成

通常この手のシミュレーションでは、ハローになる部分に効率的に粒子を配置するために、一度粗い分解能でシミュレーションをします。筆者らのシミュレーションでは、まず150 Mpc共動半径に370万粒子配置した粗い分解能の宇宙論的シミュレーションをして、 $z=0$ でハローになる領域を見つけ出しました。そこから初期の粒子分布に戻って、 $z=0$ でのハローの情報をもとにして、その領域だけ粒子数を増やし分解能を上げます。同時に初期の密度揺らぎの必要な高周波成分も加えます。筆者らのシミュレーションは共動座標ではなくて通常の物理座標を行っているため、計算領域を球系にくり抜き、各粒子に宇宙膨張を与えます。初期密度揺らぎ生成にはMITのEdmund Bertschinger氏が開発したコードGRAFIC2¹¹⁾を使用しました。このコードはマルチスケール生成コードで、一部だけ空間分解能を上げた初期密度揺らぎを生成することができます。

どのくらいの領域で分解能を上げるかというのは結構厄介な問題で、狭いと粒子数は減らすことはできますが、外側から粗い分解能の粒子が本来ありえない力学的摩擦によって中に入り込んでしまう危険性ははらみます。重い粒子が力学的

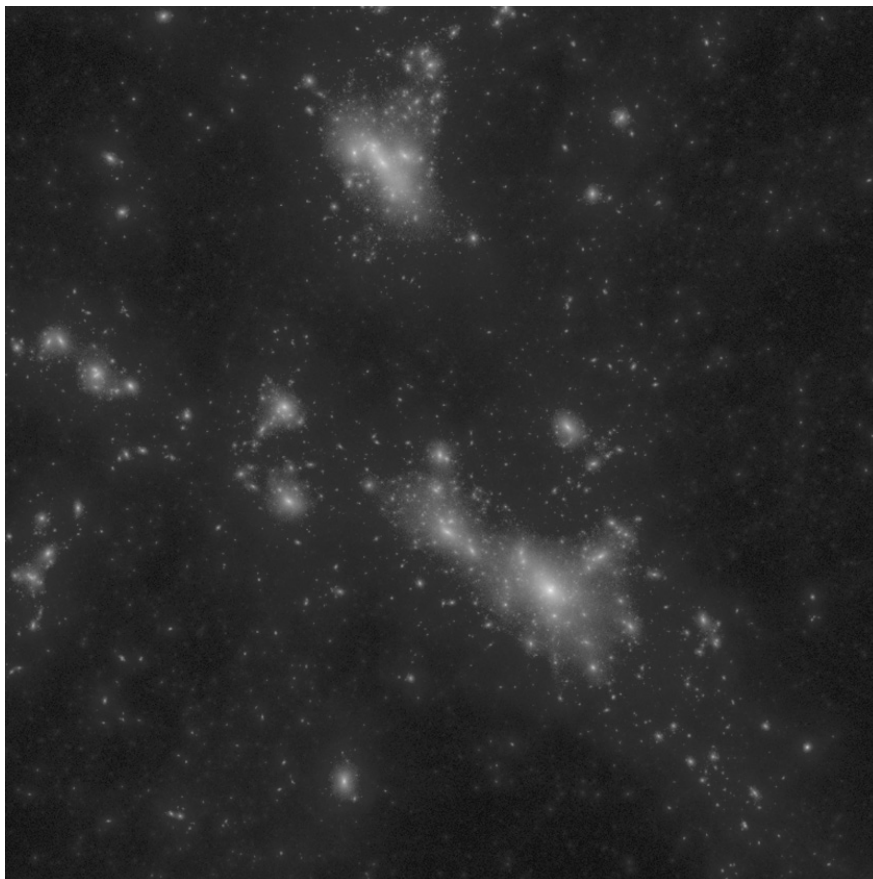


図1 タークマターハロー形成シミュレーションのスナップショット⁹⁾. 計算途中のもの ($z=0.58$). 一辺は 6.67 Mpc.

摩擦によって中心まで落ちてきてしまうとカスプをなまらしてしまうので何を見てのかわからなくなります。それを避けるために、多少保守的ですがハローの大きさの5倍までに高分解能な粒子を配置しました。その外側は粗い分解能の粒子をそのままおいて外側からの潮汐場を表現します。

この初期粒子分布を作るのという作業も大規模なシミュレーションになるとそれなりにたいへんとなってきます。当然といえば当然なのですが、計算機資源が必要です。具体的には主記憶領域(メモリー)が必要でした。これは **GRAFIC2** の **FFT** を使っている点とマルチスケールに伴う複雑さにも起因しているのですが、通常のワークス

テーションや **PC** のメモリーでは足りません。結局、東大のスーパーコンピュータ **SR8000** を使うという力任せの解決法をとりました。6,200万体の初期分布を作るのに必要なメモリーが14ギガバイト、かかったCPU時間は50時間くらいでした。最大粒子数である6,200万はこの初期分布生成の限界で決まっています。

3.2 時間発展

生成された初期粒子分布から、

$$d^2x_i/dt^2 = \sum_j^N Gm_j(x_j - x_i)/(x_{ij}^2 + e^2)^{(3/2)} + H_0^2 \lambda_0 x_i$$

という運動方程式に従って時間発展を追います。 x_i は粒子の座標ベクトル、 $x_{ij} = |x_i - x_j|$ 、 m_i は質量、

N は粒子数, e はソフトニングパラメーター, H_0 はハッブル定数, λ_0 は無次元化された宇宙定数です. ここでは共動座標でなくて通常の物理座標でシミュレーションを行います. 右辺第一項は通常の万有引力の式です. 右辺第二項は宇宙項を表現するための斥力項で外場として与えます.

時間積分はリープフロッグ法で時間刻み幅は一定で全粒子に共通に与えました. 大きさは宇宙年齢の $1/4,096$ です. この計約 4,000 ステップというのは少ないように思うかもしれませんが, ハローの中心部の小さい刻み幅が必要な高密度な領域では, 時間積分よりも二体緩和の影響を受けている (後述) ことから, これ以上ステップ数を増やしても精度は改善されず無駄になります. ダークマターのみでのシミュレーションでは, 4,000 ステップ程度で良いということから, 独立時間刻みなどの凝った方法を用いてもあまり計算量を減らすことはできません.

右辺第一項の重力の計算ではソフトニングを用いています. そのソフトニングのサイズは構造に与えない程度に大きくするのが望ましいです. 小さくすると時間積分の誤差が急激に増えます. 具体的な数字では 1 kpc でハローの大きさの約 $1/3,000$ 程度です.

3.3 重力計算

やはり一番たいへんなのは重力計算なのですが, それは専用計算機 GRAPE-5 の並列クラスター上で並列ツリーコードを用いて行いました.

GRAPE は計算の大部分を占める重力計算を高速に実行する専用ハードウェアです. この GRAPE-5 と Host コンピューターである PC (CPU は Pentium 4/1.9 ギガヘルツ) を 8 台並べたクラスター (写真, 図 2) を今回用いました. 写真は東大駒場キャンパスにある自前のものですが, これと同じものが国立天文台に 16 台導入されていて共同利用に供されています. この GRAPE-5 ですが, 筆者はその開発にもかかわっていて, 主に専用 LSI の設計全般を行いました.



図 2 GRAPE-5 クラスター.

さらに重力計算を高速化するために, GRAPE で N^2 乗の計算をするのではなく, ツリー法と GRAPE を組み合わせて用いています. ツリー法では, 粒子全体からツリー構造を作り, それを用いて遠くの粒子からの寄与はまとめて計算します. ツリー法においても重力計算は依然として大部分を占めるので, GRAPE を組み合わせることは有効です. ただし, ツリー法は宇宙初期の様に近い状況で誤差が大きいので宇宙論的なシミュレーションに使うときには若干注意が必要です. さらに大規模なシミュレーションをするには計算速度と主記憶メモリーが必要なので, 並列の GRAPE-PC クラスターで動作する並列ツリーコードを用いました. この計算コードは共同研究者である川井さんがちょうど開発したばかりもので, 初期粒子分布と計算パラメーターを渡して本人に計算してもらいました. かかった時間は写真の 8 ノードクラスターで 6,200 万粒子のシミュレーションが約 2 週間でした.

3.4 結果の解析と数値誤差

シミュレーションが終わるとその結果の粒子分布を用いて密度プロファイルを描きます. その際まずハローの中心を決めるのですが, ポテンシャルエネルギーの極小になっている粒子の座標をハローの中心と定義します. ポテンシャルは重力計算の際に同時に計算されているので, そこから最

小を求めるのは簡単です。ソフトニング入りでポテンシャルを計算しているので、通常密度の最大と一致します。

これで密度プロファイルは出てくるのですが、それをそのまま計算結果として使うことはできません。なぜなら、ハローの中心付近がさまざまな数値誤差の影響を受けているからです。影響を与えている数値誤差の要因は主に (a) 二体緩和、(b) 時間積分、(c) ソフトニングの三つです。それら数値誤差三つすべてが、より内側でのプロファイルの傾きを浅い方向に導いてしまいます。

一つ目の (a) 二体緩和とは2粒子間の重力散乱の重なり合わせによって生じる軌道・エネルギーの変化で、ここでは粒子数無限大だと想定されているダークマターを有限の粒子数で表現せざるをえないことに起因する数値誤差として結果に影響を与えます。宇宙論的なクラスタリングによってできる構造は半径のマイナス2乗の等温分布よりも浅いカスプをもちます。そのような分布では、速度分散が内側に向かって小さくなります。NFW プロファイルもそうです。そのような分布で二体緩和の影響を受けると、温度勾配（速度分散勾配）に従ってエネルギーが中心に向かって輸送され、内側が温められて膨張します。そのため形成されたカスプはなまされ、その傾きは浅くなります。これは通常教科書にでてくるような二体緩和の影響、例えば、コアコラプスが起る、といったものとは方向が逆ですが、それはできる構造の中心での温度勾配が通常想定されるプラマーモデルとかキングモデルとは逆だからです。NFWの結果で内側のべきが浅かったのはこの影響を受けているせいです。

幸い数値誤差の影響はプロファイル全域に及んでいるわけではなくて、中心部のみです。ですから、数値誤差の影響を受けてる領域と正しく計算できている領域が分離できれば良いわけです。そのために筆者らは *Fukushige & Makino*⁴⁾ でその境界である信頼性限界を定式化しました。具体的

には、(a) その限界半径での二体緩和時間が計算時間（通常は宇宙年齢）よりも長い、(b) 時間積分の刻み幅が限界半径での力学的時間より有意に短い、(c) 限界半径がソフトニングサイズより大きい、というものです。係数はパラメーターをいくつか変えた実験を行って決定しました。計算結果から描かれたプロファイルで、(a) (b) (c) の信頼性限界をすべて満たす領域のみを使います。同じような考え方の信頼性限界はが筆者らの後に *Power et al.*¹²⁾ でも議論されています。彼らの議論は筆者らが見落としていたソフトニングと時間刻みの間の強い依存性も考慮に入っていて、より進んだものになっています。

3.5 シミュレーション結果

図3はLCDMモデルでのシミュレーションから得られた密度プロファイルです。四つのプロファイルは各々異なるハローのもので縦方向は見やすくするために1桁ずつずらしてあります。プ

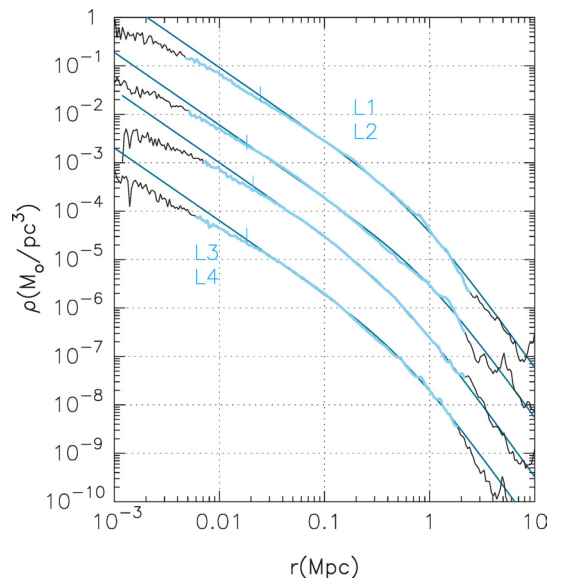


図3 ダークマターハローの密度プロファイル⁹⁾。LCDMモデルのもの。太くなっている部分が、信頼性限界を使って正しく計算できていると判定された領域。濃青色の線はMooreらによるプロファイル⁶⁾。小さい縦棒がハローのサイズの1パーセント半径を表す。

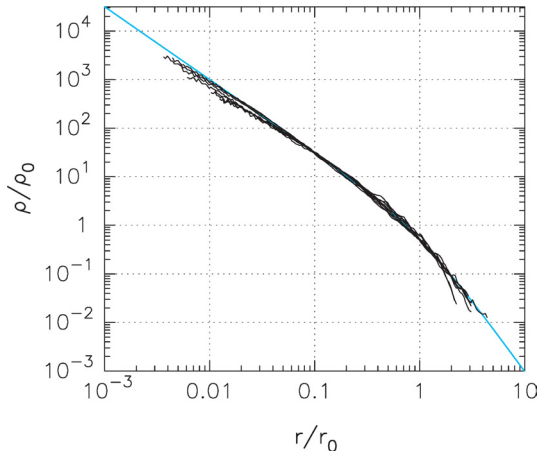


図4 ダークマターハローの密度プロファイル⁹⁾. 8ハローすべて重ねてプロットしたもの. 青色の線は Moore らによるプロファイル⁶⁾.

ロファイルのうち太くなっている部分が、前述の信頼性限界を使って正しく計算できていると判定された領域です。ほぼ3桁に近い範囲での密度プロファイルが得られています。内側の細くなった部分は数値誤差の影響を受けている領域です。黒濃青色の線は Moore らによるプロファイル⁶⁾で外側は NFW プロファイルと同じですが内側はマイナス 1.5 乗のカスプをもちます。これからわかる

ように外側2桁（小さい縦棒がハローのサイズの1パーセント半径）の領域では Moore らのプロファイルによく合います。それより内側では、マイナス 1.5 乗より浅くなっています。

図4は8個のハローの密度プロファイルを重ねて書いたものです。信頼性限界よりも外側のみを使っています。青色の線は Moore らのプロファイルです。これからわかるように、外側2桁の領域では非常によい一致を示しています。多少のばらつきはありますが系統的なものではありませんので、密度プロファイルは普遍的であるともいうことができます。その反面、内側ではマイナス 1.5 乗からの系統的なずれやハロー間でのばらつきが見られます。

図5は計算結果の NFW プロファイル（パネル下）および Moore らのプロファイル（パネル上）からの残差です。見てわかるように、NFW プロファイルでは3桁近くの領域全域を表現することができできません。フィッティングできる領域は NFW プロファイルでは1桁半、Moore らのプロファイルで2桁程度です。

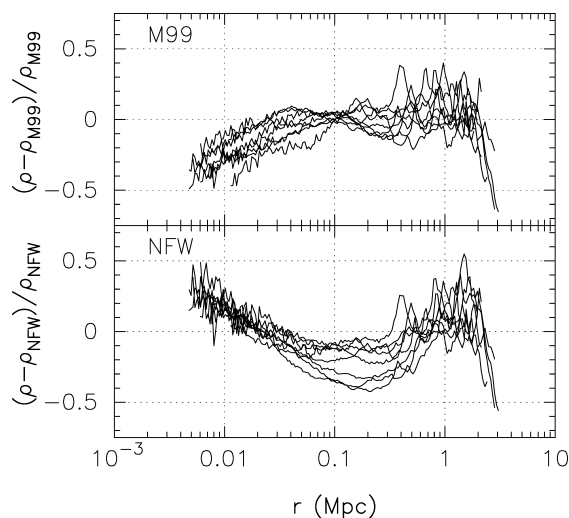


図5 NFW プロファイル（パネル下）および Moore らのプロファイル（パネル上）からの残差⁹⁾.

4. おわりに

前章で見てきたような高分解能なシミュレーションが精力的に行われた結果、ダークマターハローの構造については随分理解が進みました。特に、信頼性限界の議論がなされるようになってからは、以前のようなどこまであっているかわからないという状況ではなくなりました。

しかしながら、現状はある程度の分解能までのプロファイルが計算できたというだけで、その先中心の極限でどうなるのかという理論的（もしくはシミュレーション的）な理解には残念ながら到達していません。同様に、（ダークマターが支配的な）低輝度銀河の観測から指摘されているコア的な構造との矛盾に対しても、シミュレーションおよび理論の両方とも観測と同程度の分解能まで到達していません。個人的にもそれらの点から、最終的な理解にとって中途半端な感が否めないですので、高速計算機システムの開発も含めて、この研究のさらなる発展にかかわっていきたいと思います。

謝辞

本研究の共同研究者である牧野淳一郎さん、川井 敦さんに感謝します。牧野さんはこのテーマのきっかけを与えていただくとともに、数多くの指導をいただきました。川井さんはシミュレーションの実現に際して、ハードウェア・ソフトウェアの両面で多大な尽力をいただきました。東京大学の須藤 靖さんには本研究の宇宙論的な側面に関してさまざまな助言をいただくとともに、多くの機会で本研究を紹介（宣伝）していただきました。感謝します。最後に、日ごろお世

話になっている東京大学総合文化研究科の同僚および学生の皆さん、GRAPEプロジェクト関係の皆さん、そして、受賞に対し、日本天文学会会員の皆さんに感謝いたします。

参考文献

- 1) Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. M., 1996, ApJ 462, 563
- 2) Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. M., 1997, ApJ 490, 493
- 3) Fukushige T., Makino J., 1997, ApJ 477, L9
- 4) Fukushige T., Makino J., 2001, ApJ 557, 533
- 5) Fukushige T., Makino J., 2003, ApJ 588, 674
- 6) Moore B., et al., 1999, MNRAS 310, 1147
- 7) Ghigna S., et al., 2000, ApJ 544, 616
- 8) Jing Y. P., Suto Y., 2000, ApJ 529, L69
- 9) Fukushige T., Kawai A., Makino J., 2004, ApJ 606, 625
- 10) Diemand J., Moore B., Stadel J., 2004, MNRAS 353, 624
- 11) Bertschinger, E., 2001, ApJS 137, 1
- 12) Power C., et al., 2003, MNRAS 338, 14

Structure of Dark Matter Halos

Toshiyuki FUKUSHIGE

*College of Arts and Sciences, University of Tokyo,
3-8-1 Komaba, Meguro-ku, Tokyo 153-8902,
Japan*

Abstract: Structure of dark matter halos formed through dissipationless hierarchical clustering from a cosmological initial setting has been recently explored by many researchers. We have performed a series of high-resolution simulations of dark matter halo formation by means of a special purpose computer, GRAPE. I present results of our recent simulations and summarize our current understandings.