Maxwell 方程式と Einstein 方程式の学習における

重力波観測による地震検知の可能性の研究

青木昂汰、石橋和博、落合康太、絹川竜史、守 毅人、佐藤萌未、藤崎志歩（高１）

【神奈川県立横須賀高等学校】

1. 研究の目的

現代物理学は 1864 年の Maxwell 方程式を起源とし、その解が光速不変の法則を導き、同時に時空間が時間・光速の軸を加えた 4 次元であることも導き出し、1905 年の Einstein 方程式の誕生になったことを学んだ。その上で Einstein 方程式が重力波を予言し、2016 年に実際に観測されたことから、地球近傍での重力波の発生の有無を大規模地震の観点で探求した。

2. 仮説

2016 年に地球で観測された重力波“GW150914”は 13 億光年先で発生した太陽質量 29 倍と 36 倍のブラックホールの合体（スピン運動）が生み出し、地球に重力場ひずみ 10^{-21} をもたらした。私達は難解な Einstein 方程式に先立ち学んだ Maxwell 方程式の解から、波動は距離の 2 乗に反比例するとして、地球規模の質量変動は月面に重力波“GW150914”相当のひずみを伝えうると考えた。もしもその値が重力場ひずみ 10^{-21} に近いものであれば、常に一定面を地球に向けている月面上に観測装置を設置することで、たとえば大規模地震を検知できるとした。

3. 計算

＜仮定＞

・光速の波動である重力波は Maxwell 方程式の解から距離の２乗に反比例すると仮定する。

Maxwell 方程式：（E は電界、H は磁界）

$$\begin{cases} \nabla\times H = J + \varepsilon_0 \dfrac{\partial E}{\partial t} \\ \nabla\times E = -\mu_0 \dfrac{\partial H}{\partial t} \\ \nabla\cdot E = \rho, \quad \nabla\cdot H = 0 \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \Box E = 0, \quad \Box H = 0$$

□：ダランベール演算子

ここから一般解は

$$E_z = A\left(\cos\omega t + i\sin\omega t\right)$$

が得られる。

距離 r における強度 $p(r)$ は波源の強さを p_0 とすると

$$p(r) = p_0 \frac{1}{r^2}$$

この仮定に従い、２つを比較する。

	重力波 GW150914	大規模地震
波源	太陽質量の 7 倍 1.4×10^{31}kg	日本列島（300m 高） 3.72×10^{12}kg
波源振幅	6.4×10^{10}m	平均 1mm（1×10^{-3}m）
伝搬距離 r	13 億光年 $=1.23\times10^{25}$m	地球＝月 3.8×10^{8}m
重力波ひずみ h	$6.2\times10^{-9}\ \times k$	$2.56\times10^{-8}\ \times k$

比例定数 k は、重力波 GW150914 が示したひずみ 1×10^{-21} から、k=1.61×10^{-11} と考える。

この計算結果により日本列島の地震の影響は重力波 GW150914 が及ぼした重力場ひずみの約 2.5 倍の強度となって月面で観測できると考えた。

４．検証

再調査の結果、重力波の強度は距離の１乗に反比例することが分かった。[2]

$$h = \frac{4G^2}{c^4 r}\frac{M_1 M_2}{R}$$

G:重力定数

R：軌道半径

M_1, M_2 連星質量

これによる修正を加えると

・ブラックホールからの重力波＝7.4×10^{15}

・日本列島の地震の重力波＝9.5

となり、地震の重力波の観測は絶望的となった。

５．改善案

電波には１乗、２乗、３乗に反比例する成分があると分かった。

重力波にも１乗、２乗、３乗に反比例する成分があると考える。[3]

重力波と電磁波の波動方程式と、それぞれの遠方解と近傍解を比較すると次表となる。

	線形重力 (c=G=1)	電磁気 (c=1)
基本原理		
	Einstein 方程式	Maxwell 方程式
波源	応力エネルギー $T^{\alpha\beta}$	電荷と電流 ρ_{elect}, $\vec{J}$
波動方程式		
	$\Box\bar{h}_{ij} = -16\pi T_{ij}$	$\Box\vec{A} = -\mu_0\vec{J}$
一般解	$\Box\bar{h}_{ij} = 4\int d^3x' \dfrac{\lvert T_{ij}\rvert_{ret}}{\lvert\vec{x}-\vec{x}'\rvert}$	$\Box\vec{A} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x' \dfrac{\lvert\vec{J}\rvert_{ret}}{\lvert\vec{x}-\vec{x}'\rvert}$
遠方解	$\bar{h}_{ij} = \dfrac{2\left[\ddot{I}\ddot{U}\right]_{ret}}{r}$	$\vec{A} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{2\left[\dot{\vec{p}}\right]_{ret}}{r}$
近傍解	（調査中）	微小ダイポールの場合 $E_r = \dfrac{Ile^{-jkr}}{j2\pi\omega\varepsilon}\left(\dfrac{1}{r^3}+\dfrac{jk}{r^2}\right)\cos\theta$ $E_\theta = \dfrac{Ile^{-jkr}}{j4\pi\omega\varepsilon}\left(\dfrac{1}{r^3}+\dfrac{jk}{r^2}+\dfrac{k^2}{r}\right)\sin\theta$ l は微小ダイポール長

表に示したとおり、両者の数式は同形である。

６．今後の対策

13 億光年先で起こったブラックホールの合体が及ぼす距離の 1 乗に反比例する重力波に対して、地球（日本）の地殻のひずみが及ぼす距離の 2 乗、3 乗に反比例する重力波の成分を観測できれば、月に重力波観測装置を設置して日本の地震を検知できると考える。

重力波の伝搬減衰度 $= A\dfrac{1}{r^3} + B\dfrac{1}{r^2} + C\dfrac{1}{r}$

と考えて、その A, B, C の値とそれらが有効となる距離の領域を明らかにする。

7. 参考文献

[1]米谷民明、岸根純一郎「場と時間空間の物理」放送大学 2014

[2]安東正樹著「重力波とはなにか」講談社ブルーバックス 2016

[3]J.B.ハートル著、牧野伸義訳「重力」（下） 日本評論社 2016

8. 協力研究機関

㈱横須賀テレコムリサーチパーク無線歴史展示室