

# デジタルカメラの写真から算出する 月までの距離の誤差要因

ハートピア安八ジュニア天文倶楽部：  
伊藤 大朗（高2）【岐阜県立岐阜高等学校】

# 要旨

- ▶ 約5年前にアジア太平洋地域において皆既日食を伴う日食が観測された。当時私はそのデータを用いて月までの距離の算出を行った。月日が流れ、知識量が当時に比べて格段に成長し再度この問題に挑みたいと思い研究を行った。
- ▶ 再算出の過程において、過去の算出で利用した値や構成した理論の誤りを発見した。この誤りを修正した結果、撮影データの同時性に疑念があるという結論に至った。

## 1. 目的

- ▶ 月までの距離の算出値の誤差要因を考察する。

## 2. 撮影データ紹介

- ▶ 2016年3月9日の日本とタイの2地点で撮影された日食写真を使用する。
- ▶ 日本における撮影地は東京都小笠原村母島で牧野亜紀氏撮影の画像をお借りした。
- ▶ タイにおける撮影地はパタニ県でタイ国立天文台(略称:NARIT)による日食撮影キャンペーンでのHakam Chedo氏撮影の画像をお借りした。
- ▶ それぞれの画像は図1と図2に、撮影地点等の詳細は表1に記載した。

表1 撮影データの詳細

日本(j)	項目	タイ(t)
2021-03-09 01:17(UTC)	時刻(年-月-日 時刻)	2021-03-09 01:17(UTC)
142.16[°]	経度( $\lambda$ )(東経)	6.69[°]
26.64[°]	緯度( $\phi$ )(北緯)	101.14[°]
52.546[°]	月の高度※	26.480[°]
323.855[°]	月方位角(南が起点で西回り)※	278.323[°]
PENTAX K-r	カメラ	不明

※月の高度及び月方位角はステラナビゲータ10より得た。



図1 日本側の撮影データ



図2 タイ側の撮影データ

# 3.算出に必要な数値の決定

## イ.視差P[°]の算出

図3のような日食画像の重ね合わせを行い、見かけ上の月の中心のずれをPaint.netにてピクセル単位で測定しその10回の平均値をとり式①に代入する。

カメラの画角[°]:データの横幅の半分[px]=P[°]:見かけ上の月の中心の距離[px]...式①

カメラの画角[°]=1.61[°]、データの横幅の半分[px]=2,144[px]

見かけ上の月の中心の距離[px]=859.75[px]

$$P \approx 0.645[^\circ]$$

## ロ.日本、タイの二点間距離L[km]の算出

地球の中心を原点とし、図4のように座標軸を設定し、2観測点(日本、タイ)の三次元座標をとる。その座標を基に観測点間の距離を導く。

ただし地球を真球と仮定し半径(r)=6.371012×10<sup>6</sup>[m]=6,371.012[km]とする。

$$t: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos\Phi t \\ 0 \\ r \sin\Phi t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6,327.632 \\ 0 \\ 742.206 \end{pmatrix}, \quad j: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (r \cos\Phi j) \cos(\lambda j - \lambda t) \\ (r \cos\Phi j) \sin(\lambda j - \lambda t) \\ r \sin\Phi j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,296.521 \\ 3,737.543 \\ 2,856.655 \end{pmatrix}$$

三平方の定理より L≈4,756[km]

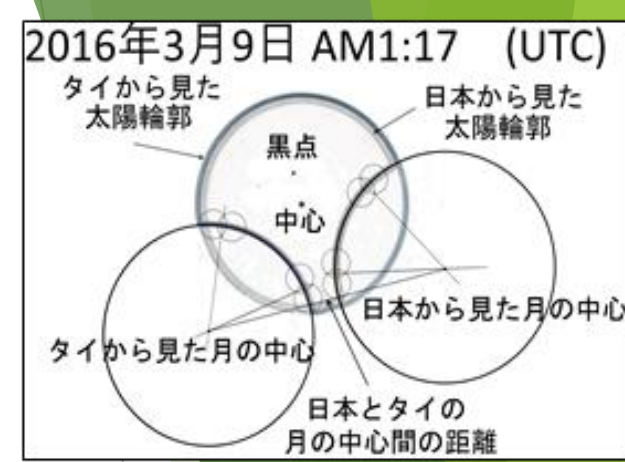


図3 日本とタイの撮影データの重ね合わせ

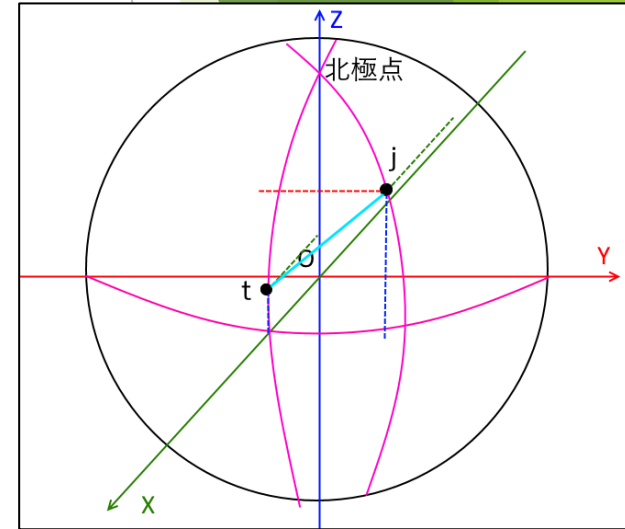


図4 座標系の設定

表2 10回の計測集計

0.618	0.644
0.649	0.635
0.639	0.665
0.644	0.651
0.683	0.627

# 4.算出方法及び結果

- ▶ 球面三角の余弦定理より図6の $\angle jOt$ を求める。

$$\cos \angle jOt$$

$$= \cos \angle NOj \cos \angle NOt + \sin \angle NOj \sin \angle NOt \cos \angle tNj$$

$$= \cos(90 - \Phi_j)[^\circ] \cos(90 - \Phi_t)[^\circ] + \sin(90 - \Phi_j)[^\circ] \sin(90 - \Phi_t)[^\circ] \cos(\lambda_j - \lambda_t)[^\circ] \dots \text{式②}$$

$$\angle jOt = \cos^{-1}(\cos \angle jOt) \approx 43.78[^\circ] \quad \text{※ここからも基線距離Lが算出可能である。}$$

- ▶ tに対するjの伏角 $\gamma$ を求める。

$$\text{図7より } \gamma = 90[^\circ] - \left(\frac{180 - \angle jOt}{2}\right) [^\circ] \approx 21.89[^\circ]$$

- ▶ jを半径1の球の中心として $\angle Mjt$ を求める。

図8の平面jFF'をxz平面と設定し、3-イと同様にしてEFの長さを得る。(θは月高度)

$$EF \approx 1.707$$

$\triangle jFE$ が二等辺三角形より、 $\angle Mjt$ を求める。

$$\text{余弦定理より } \cos \angle Mjt = \frac{jE^2 + jF^2 - EF^2}{2 \times jE \times jF} = -0.4569 \dots \text{式③}$$

$$\angle Mjt = \cos^{-1}(\cos \angle Mjt) \approx 117.19[^\circ]$$

- ▶  $Mj$ (日本における地心距離)を求める。

$$\text{図5の } \triangle Mjt \text{ で正弦定理より、 } \frac{L}{\sin P} = \frac{Mj}{\sin \angle Mtj} \dots \text{式④}$$

$$\text{各値を代入して } \quad Mj \approx 373,604[\text{km}]$$

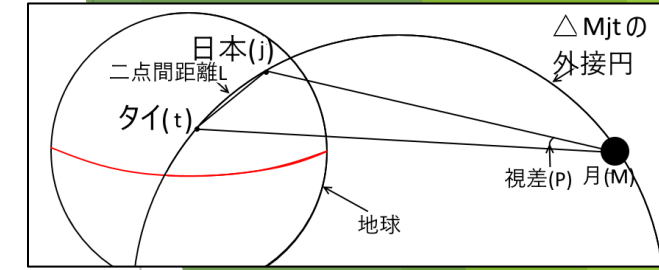


図5 日本・タイ・月の位置関係

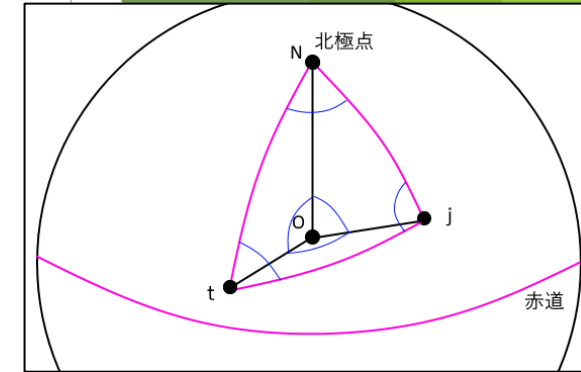


図6  $\angle Mjt$ の算出

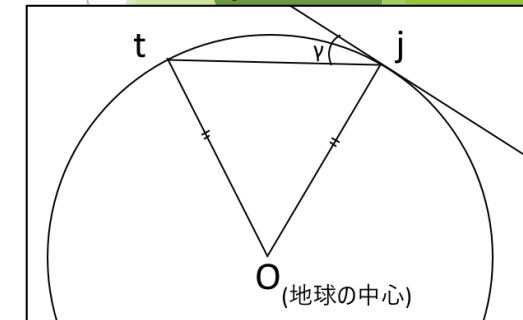


図7 伏角

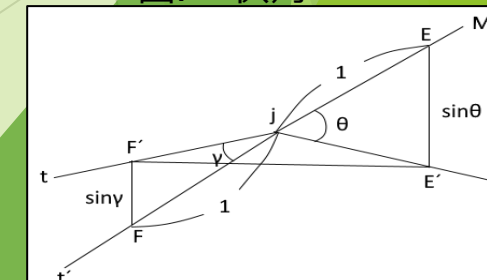


図8 j周辺の拡大図

# 5. 考察

## ▶ イ. 視差値計測の誤差による要因

今回の条件における日本一月間距離( $M_j$ )の理論値はステラナビゲータ10より、354,111[km]である。

式④を $P$ について解き上記の理論値を代入し視差の理論値 $P'$ を求める。

$$\angle Mtj[^\circ] = (180 - P - \angle Mjt)[^\circ] \text{より、}$$

$$\sin \angle Mtj[^\circ] = \sin(P + 117.19)[^\circ] = \sin P[^\circ] \cos 117.19[^\circ] + \sin 117.19[^\circ] \cos P[^\circ] \dots \text{式⑤}$$

式⑤を式④に代入して $P = P'$ として $P'$ について解く。

$$\tan P'[^\circ] = \frac{L[\text{km}] \times \sin 117.19[^\circ]}{M_j[\text{km}] - L[\text{km}] \times \cos 117.19[^\circ]}, \quad P'[^\circ] = \tan^{-1}(\tan P'[^\circ]) \text{より、} P'[^\circ] \approx 0.678$$

また、式①より1ピクセル当たりの視差の大きさ $\Delta P$ は、 $\Delta P \approx 7.5 \times 10^{-4}[^\circ]$

したがって、視差値を計測する際の中心位置の計測誤差による要因は主要因として考えにくい。

## ▶ ロ. カメラの収差による要因

実機を用いた検証は不可能であるが、理論上において、今回のカメラの画角は $1.61[^\circ]$ であり、写真中央部と外縁部における収差は $\sin 0.805[^\circ] \approx \tan 0.805[^\circ]$ と十分近似できる範囲である。

したがって、カメラの収差による要因は主要因として考えにくい。

# 5. 考察(続き)

## ▶ 八、四捨五入によるバタフライ効果の要因

視差の取りうる最大値( $P_{\text{Max}} = 0.6445[^\circ]$ )と最小値( $P_{\text{Min}} = 0.6454[^\circ]$ )を式④に代入し、比較する。

結果約500[km]ほどの差に留まり、したがって四捨五入によるバタフライ効果の要因も主要因とは考えにくい。

## ▶ 二、撮影の同時性に対する疑念

観測点から見て月が自分の周りを周期89,565[s]で等速円運動していると仮定すると、

$$\omega[^\circ/\text{s}] = 360[^\circ]/89695[\text{s}] \approx 0.004$$

微小時間中の月の運動は等速直線運動に近似できる。したがって月は天球上を、1秒当たり天頂角を $0.004[^\circ]$ とした二等辺三角形の底辺の長さ分移動することつまり、1秒当たり $0.004[^\circ]$ 移動することが分かった。

そして、タイから見た月と日本から見た月が、同一円周上を運動していると仮定すると、

$$0.033[^\circ]/0.004[^\circ/\text{s}] = 8.25[\text{s}]$$

誤差が撮影の同時性のみ起因すると仮定すると、2つのデータの間には8.25[s]ほどの撮影時刻の差が存在していたと考えることができる。

このことより、撮影の同時性が主要因ではないかという思考に至った。

## 6. 結論

- ▶ 様々な要素を考慮した結果、今回用いたデータにおいて撮影時刻が秒単位で一致しているという確証が得られず、2つのデータの間には8.25[s]ほどの撮影時刻の差が存在したことが、誤差要因であると結論付けた。

## 7. 感想・今後の展望

- ▶ 約5年間今回のテーマについて議論を行ってきたが、年を重ねるごとにこのテーマに関わる理解を深めることが出来ていることを自認出来た。以前の自分の提案を反芻し、止揚させ、より良い提案を想起することが出来た。
- ▶ 今回の発表では日本における測心距離を求めたが、時刻さえ一致していたらどの2地点を基線として採択しても距離の値にずれが生じない地心距離を求める方法を思索し、今回のデータで算出を行いたい。
- ▶ また、誤差要因として考え得る要素をさらに洗い出し、それを考慮した上で手軽かつ高精度な月-地球間距離の算出方法を考え、実行したい。



## 8. 参考文献・使用ソフトウェア及び謝辞

### ▶ 参考文献

天文年鑑編集委員会, 天文年鑑2020年版, 誠文堂新光社, 2019, 205p.

齊田博, 天文の計算教室, 地人書館, 1978, 218p.

伊藤大朗, デジタルカメラの部分日食写真から求める月までの距離の誤差要因と精度,  
日本天文学会第19回ジュニアセッション, 2017-03-18.

### ▶ 使用ソフトウェア

アストローツ「ステラナビゲータ10」

dotPDN LLC「Paint.net」

以前より本研究活動にご協力いただいたハートピア安八天文台の船越浩海様、撮影データを提供してくださった、牧野亜紀様、Hakam Chedo様、球面三角法を用いた角度の算出にご協力いただいた愛知県立一宮高等学校の高村裕三朗先生にはこの場を借りて深く御礼申し上げます。