

K06c 並列化による補外型数値積分の高速化 (1)

伊藤孝士・福島登志夫 (国立天文台)

常微分方程式の初期値問題を数値的に解く場合、刻み幅 h を 0 に近づけるに従って計算機上の仮想的な系が現実の物理系に近づいて行くと考えられる。このことを利用し、いくつかの有限の h を用いた数値積分によって得られた複数の解を多項式近似を用いて組み合わせて $h \rightarrow 0$ の極限の値を補外するのが補外法と呼ばれる数値解法である。補外法は極めて精度が高いが、その反面計算量が大変に多くなるという欠点を持つ。だが補外法に於ける各 h に対する計算はすべて独立であり、並列計算機を使用できるならばそれぞれの h に関する計算を干渉や通信を行うことなく別個の PE で計算することができる。すなわち、補外法は非常に効率良く並列化が可能なのである。今回はその試験的な計算結果を得たので報告する。

補外の段数を n とした場合、数値積分の刻み幅は偶数系列 $(1/2n)$ で n 段取るのが普通である。各段の計算量は $2n$ にそのまま比例するので、単純に n 段目を n 番目の PE に割り当てたのでは各 PE ごとの負荷が不均質になり、並列効果が薄くなってしまう。そのため、我々は補外法並列化の部分について各段を折り返し (1 と 8, 2 と 7 など) を組み合わせる) 各 PE の負担を均一化する工夫をした。その結果、惑星 + 小惑星いくつかの系の数値実験では 4 並列計算により 3.5 倍近くの高速度が実現された。並列化とは縁遠いと思われて来た重力少体問題にとってこれは大変に面白い結果である。今回の計算は国立天文台天文学データ解析計算センターのベクトル並列スーパーコンピュータ富士通 VPP300/16R を用いて行ったが、このような巨大な計算機を使用するまでもなく、近い将来にますます普及して来るとされる PC クラスのスカラ並列計算機を使用した補外型数値積分の高速化が普遍的に可能になって来るとされる。