

L11b Hermite 積分法の誤差の解析

吉永恵子 (東大理)、小久保英一郎 (東大総合文化)、牧野淳一郎 (東大総合文化)

現在の太陽系の形成論では、微惑星が衝突・合体によって成長し、原始惑星となることが分かっている。惑星集積の後期段階では、惑星の成長速度が遅くなるので、 N 体シミュレーションで進化を追うには長時間の計算が必要となり、それに耐え得る精度を持った計算コードが必要である。この計算に必要な精度と計算時間の見積り

をするために Hermite 積分法で、2 体問題の誤差を詳しく解析した。陰的 Hermite 積分法は時間対称であり、高次のスキームに比べて大きなステップサイズでも精度良く計算できる可能性がある。まず、Corrector 回数を

1、2、3、4、5 回と変化させたときの相対誤差の違いについて調べた。その結果、離心率が小さく軌道が円に近い場合には Corrector を 3 回以上かけると、永年誤差がなくなることがわかった。 N 体問題での軌道の変化

をシミュレーションするうえで、惑星同士の軌道の共鳴現象や近接散乱などの効果を正確に計算するには、個々の惑星の周期や近日点経度を正しく計算しなくてはならない。2 体問題では、解析的には周期は一定となるが、数値計算では周期がどのようになるのかを調べて、解析解と比較した。この結果、周期の誤差は $(\Delta t)^4$ (タイムステップ) に比例することがわかった。また、近日点経度の回転角は、 $(\Delta t)^4$ に比例することがわかった。離心

率の初期値による違いはほとんどなかった。これにより、タイムステップを十分小さくとることにより、近日点経度の数値誤差による移動を無視して、計算することが出来る。具体的には、惑星集積の後期段階で原始惑星から惑星へ進化するタイムスケールは、 $10^6 \sim 10^7$ 年程度と考えられているが、この時の近日点経度の回転角は Δt を 1 周当たり 800 step 以下にとれば、 $10^{-3}(\text{rad})$ 程度である。従って、惑星の軌道進化の計算などに応用できる。