X03a 入れ子状格子のためのポアッソン方程式の高速解法

花輪知幸、松本倫明（名大理)

天体はしばしば広いダイナミックレンジの構造を持っている。例えば、分子雲コアは $\sim 10^{17}$ cm 程度の大きさであるのに対し、そこから生まれる原始星は $\sim 10^{14}$ cm 程度の大きさしかない。分子雲コアから原始星が生まれる様子をシミュレーションするために、分子雲コア全体を原始星の形状を認識できる分解能を差分法で実現しようとすると、3 次元では 10^{10} 以上の格子点が必要になる。しかしそのように多量の格子点を取り扱うことは現在の計算機では不可能である。分解能が 2 倍づつ異なる格子を入れ子状に組み合わせ、原始星の近傍だけで高い分解能を実現するのが現実的な方法である。私たちはそのような入れ子状の格子での 3 次元重力を高速に計算する FORTRAN コードを開発したので、その性能を報告する。

私たちが採用したアルゴリズムは基本的に多層格子反復 (multi grid iteration) 法で、単一の格子上で密度分布が与えられ場合に重力を高速に計算する時に用いた方法 (1997 年秋季年会 X03a) の拡張である。この方法では密度分布を表現する入れ子状の格子の他に、さらに粗い格子 (多層格子) を作業領域として確保する。作業領域の格子も含めて格子間隔は 2 倍づつ大きくなるように揃え、ある階層の格子 8 セルが 1 段粗い格子の 1 セルとなるようにする。最も粗い空間分解能のものは、密度分布が与えらた領域よりずっと広い領域を覆うようにし、境界条件は最も粗い空間分解能の格子の外辺に設定した。多層格子反復法は、各階層の格子上で Poisson 方程式を反復解法で近似解の改良を行い、その結果を異なった階層に伝達し、全体として整合的な解を得る方法である。粗い格子で概略の答えを予め求めることにより、高速に高い精度の解が得られる。

このアルゴリズムでは格子のセル数 2^{3n} で密度を与える格子の段数を N とした時、計算量はたかだか $2^n \times N^2$ に比例した量に押さえられる。ベクトル化も容易にであるので、高速に計算ができる。求められた解の質も高い。細かい格子でしか分解できない連星系のポテンシャルも正しく計算できるし、ポテンシャルの境界を計算領域よりずっと遠くにとれるので孤立系の計算に向いている。この方法が有効であることは、計算領域 $(0 \le x, y, z \le 1)$ を 64^3 個 $(n = 6)$ のセルで覆い、その心部を 64^3 個のセルで 3 重に覆う場合 $(N = 3)$ で確認した。