

## K02a 運動量について4次の多項式第一積分を持つ2次元同次多項式ポテンシャル系

中川克也 (総研大)

与えられたポテンシャル中での質点の軌道を解析的に求めることができるとき、そのポテンシャル系は積分可能であるという。具体的に与えられたポテンシャル系が積分可能か否かを判定することは、天体力学における基本的な問題である。特に、2次元のポテンシャル系においては、ハミルトニアン(エネルギー積分)と独立で一価解析的な第一積分が1個存在すれば、系は積分可能である。そこで問題となるのは、どのようなポテンシャル系が、そのような第一積分を持つのかということである。

問題を簡単にするために、ポテンシャルは座標についての同次多項式、第一積分は座標と運動量についての多項式とする。このとき、運動量について2次の多項式第一積分を持つポテンシャル系は、極座標・放物線座標・直交座標のいずれかで変数分離可能な系に限られる。また、運動量について4次の多項式第一積分を持つポテンシャル系については、上記の変数分離可能な系に加えて、ポテンシャルの次数が3次および4次の場合に変数分離可能ではない例外的なポテンシャル系が3つ存在することが知られている。

本研究では、ポテンシャルの次数を任意の正整数に拡張した場合に、運動量について4次の多項式第一積分を持つ新たなポテンシャル系が存在するかどうかを調べた。そして、以下のような結果を得た。

定理：運動量について4次の多項式第一積分を持つ2次元同次多項式ポテンシャル系は、変数分離可能でない既知の3つのポテンシャル系を除けば、極座標・放物線座標・直交座標のいずれかで変数分離可能な系に限られる。つまり、新たなポテンシャル系は存在しない。