K05a Tsallis エントロピーと重力熱的不安定性

阪上 雅昭(京大総合人間) 樽家 篤史(東大理)

球状星団に代表される互いに重力で相互作用するN個の質点系である重力多体系は、重力熱的不安定性という非常に興味深い性質を示すことが知られている。重力熱的不安定性の研究は、Antonov および Lynden-Bell と Wood による断熱壁に囲まれた等温の重力多体系の平衡状態の研究から始まった。質量 M, エネルギー E(<0) の等温の重力多体系を半径 r_e の球形の断熱壁の内部に閉じこめたとき、 $r_e>0.335GM^2/(-E)$ ではエントロピーの極大状態すなわち安定な平衡状態が存在しないことが示されている。

上の研究では、M,E を一定に保って Boltzmann-Gibbs エントロピー $S_{\rm BG}=-\int dx^3 dv^3 f \ln f$ の極値を取ることにより平衡状態を求めた。ここで f は 1 粒子分布関数である 本講演ではこの解析を Tsallis エントロピー

$$S_q = -\frac{1}{q-1} \int dx^3 dv^3 \ (f^q - f)$$

に一般化した結果を報告する。ここで q は Tsallis エントロピーを特徴づけるパラメターで、 2 つの系 A,B を合成したときに

$$S_q(A+B) = S_q(A) + S_q(B) + (1-q)S_q(A)S_q(B)$$

と加法性の破れを表している。もちろん $q\to 1$ の極限で Tsallis エントロピーは Boltzmann-Gibbs エントロピーに一致する。この一般化されたエントロピーを用いた場合、平衡状態は等温ではなくポリトロープ指数 $n=\frac{1}{q-1}+\frac{3}{2}$ の Emden 解で与えられる。また、エントロピーの 2 次変分を具体的に計算することにより n>5 の場合には等温の場合と同様に臨界半径が存在し、それより大きな断熱壁に対しては Tsallis エントロピーの極大状態が存在しないことを示す。