

X09b 倍長倍精度関数ライブラリ DLDP の開発

福島登志夫 (国立天文台 天文情報公開センター)

科学技術の数値計算には倍精度 (標準的には 53 ビット仮数、マシン・エプシロンは $\varepsilon \sim 1.1 \times 10^{-16}$) で十分であると言われる。しかし天文学においては、時刻の精密表現 (例えばナノ秒/世紀 $\sim 3 \times 10^{-19}$) を始め、観測精度の飛躍的向上や長期間数値積分の精度確保等のために、倍精度より高い精度の計算の必要性が高まっている。もちろん四倍精度計算は一部の計算環境で実現されているが、一般の PC (Win/Mac/Linux) では利用が困難である。また UNIX WS などでも利用可能な場合でも計算時間は倍精度の百倍近くかかる (下表を参照)。一方 MPFUN (Bailey 1995) に代表される多倍長精度関数ライブラリは PC でも利用できるが、四倍長の場合の計算時間は四倍精度の場合のさらに一桁上であるため実用的でない。そこで倍精度実数のペアでほぼ四倍精度実数を表す「倍長倍精度」表現 (Dekker 1977, Fukushima 2001) を採用し、Fortran 77 における基本関数演算ライブラリを開発した。ケプラー方程式などの高速解法 (Fukushima 1996, 1997a, 1997b, 1998, 1999, 2000) にならって、数表、加法定理、テイラー展開及びニュートン法の効果的な組み合わせと高速化のための巧妙な実装により、四倍精度と同等の高精度演算を倍精度の十倍程度の計算時間で実現することに成功した。下表では UNIX WS の場合を例示したが PC の場合もほぼ同様である。本ライブラリにより従来の四倍精度計算は全て一桁程度高速化される。

精度 (仮数ビット長)	+	*	/	sqrt	exp	log	sin & cos	atan	左の相乗平均
倍精度 (53)	0.00384	0.00281	0.0455	0.0445	0.278	0.255	0.457	0.234	0.0599
倍長倍精度 (106)	0.100	0.135	0.211	0.216	0.929	1.25	2.32	2.57	0.505
四倍精度 (113)	0.377	1.41	2.35	1.81	12.2	8.35	53.7	18.0	4.02
四倍長 MPFUN (96)	1.62	3.39	3.84	21.6	118	227	329	245	31.6

注: 単位は、SUN Ultra 10 (CPU は Ultra Sparc IIi 450 MHz、コンパイラは富士通 f77) で計測したマイクロ秒。