K04b 一階の陽型対称線形多段法

○山本 一登 (総研大)、福島 登志夫 (国立天文台)

今回はいろいろある線形多段法の手法の中でも特に一階の微分方程式用の陽型の対称線形多段法について詳細に調査を行なった。対称線形多段法は二階の特殊な場合では Lambert & Watson (1976)、Quinlan & Tremaine (1990)、Fukushima (1998) 等がある。一方、一階の場合については Evans & Tremaine (1999) くらいしかない、しかもこれは純粋な一階の常微分方程式に対するものではないため、一般的なものではない。

よく知られているアダムス型公式は経度方向の誤差は積分時間に対して二次成長であるが、対称型公式の場合は一次成長であり、保存量の誤差は一定になる特徴がある。対称型公式は次数が高くなると自由度が増していくため、最適な公式を得るのは簡単ではない。以下に最良な 4 次の陽型公式を示しておく。

$$y_{n+1} - 2ay_n + 2ay_{n-2} - y_{n-3} = \{(8-2a)f_n - (4+8a)f_{n-1} + (8-2a)f_{n-2}\}/3 \qquad (-1 < a < 1)$$

Explicit 4th-Order Symmetric Formula

我々は最適な公式を決めるための評価方法として安定領域と誤差定数に着目し、変数を少しずつ変化させながら調査を行なった。詳細な調査は 4、6、8、10 次の公式に対して行なった。

また、対称型公式の特徴として非線形な運動方程式に適用すると、刻み幅共鳴を起こす場合があることが知られている。そのため前述の手法で得られた最適な公式が必ずしも実際の数値計算でうまくいくとは限らない。
今回は一階の非線形常微分方程式の典型であるオイラーの自転運動方程式で特に外力がない場合で数値実験を行ない、総合的に公式の評価を行なった。ポスターでは各次数毎の最適な公式を報告する。