

V61c 複素ミキサー機能の数学的基礎

神吉貴博、大師堂経明、国吉雅也、松村寛夫、市川創、大久保理基、澤野昭博、岳藤一宏、吉村直也、新沼浩太郎、坂井南美、田村陽一、土屋純一(早稲田大学)、遊馬邦之(埼玉久喜高校)

早稲田大学では1980年代に、エルゴード的信号に限らずパルサーや通信のように非エルゴード的な信号に対してもナイキストレートで像(空間スペクトル)や時間スペクトルを得るFFTプロセッサを開発した。FFTをレンズやプリズムとして使うとき、アンテナが受信するデータはreal信号であるにもかかわらず、FFT入力は複素数でなければならない。

本校の干渉計では、通信で通常行うようにアナログミキサー2個に90度位相のずれたローカル信号($\cos t$ と $\sin t$)を供給し、2分配したRF信号と混合してベースバンド複素信号を得ている。この複素ミキサーの機能は数学的にはヒルベルト変換フィルターで実現され、その構造は入力信号と $1/t$ の畳み込みである。これを通すと周波数の如何によらず $\cos t$ は+90°分位相がずれ $-\sin t$ に変換される。しかし数学的には $\cos t$ と $-\sin t$ は互いに直交しているため、一方から他方が作り出されることに疑問を抱いた。

この疑問を調べるために、これらの数学的基礎を調べた。ヒルベルト変換について数学的にはTitchmarsh, E. C., Introduction to the Theory of Fourier Integral、技術的にはOppenheim, A V., and Schaffer, R.W., Digital Signal Processingが引用されることが多いが、これらの文献では上記の疑問に明確には答えてなさそうだ。わが国の佐藤幹夫はL. シュワルツの分布理論とまったく異なるアプローチで複素関数論を基に、超関数の体系を作り上げた。上記の疑問を調べるため、佐藤超関数によるヒルベルト変換の定式化を調べた。無限大の領域を経由することに鍵がありそうである。また上記のデジタルフィルターの実現例は、無限に広い帯域で利用できるわけではない。