

H09a らくらく相対論：擬ニュートンポテンシャルへの補正と応用例

福江 純（大阪教育大教育）

人間、誰しも楽をしたいものである。若いときにはバリバリの計算をしても、実際それも必要だが、年取って直感的に何が大事かわかるようになると、手を抜けるところは抜くようになる。そう思ったかどうかは知らないが、Paczynskiらはシュバルツシルト時空周辺の力学的性質をよく近似する“擬ニュートンポテンシャル”： $\phi = -GM/(r - r_g)$, $r_g = 2GM/c^2$ を編み出した（1980年）。

擬ニュートンポテンシャルは大変重宝されているが、最終安定円軌道（ $3r_g$ ）付近ではいいものの、限界束縛軌道（ $2r_g$ ）付近では近似が悪くなり、ブラックホール近傍まで円盤内縁が延びるスリムディスクなどでは、精度が悪くなる。そこで、やはり年取って楽をしたくなったのかどうか知らないが、Abramowiczたち（1996）は、速度に対して、特殊相対論的なローレンツ補正を行い、 v を $v/\sqrt{1 - (v/c)^2}$ で置換する提案をした。しかし、彼らの補正では、一般相対論的な側面と、音速などの熱力学的量への補正がなされていない。

本報告では、4元速度に対して、一般相対論的なメトリック補正を組み入れた置換として、

$$\hat{u}_{ff} = \beta_{ff}^{\text{PN}} \sqrt{g_{00}} = \hat{\gamma}_{ff} \hat{\beta}_{ff} \sqrt{g_{00}}, \quad \hat{\gamma}_{ff} = 1/\sqrt{1 - \hat{\beta}_{ff}^2}, \quad g_{00} = 1 - r_g/r$$

を提案し（Fukue 2004a, PASJ）、音速に対しては、以下の変換（ Γ は比熱比）を提案する（Fukue 2004b）。

$$\left(\hat{c}_s^{\text{PN}}\right)^2 = \left(\hat{c}_s^{\text{PN}}\right)^2 / \left[1 - \frac{1}{(\Gamma-1)} \left(\hat{c}_s^{\text{PN}}\right)^2 / c^2\right]$$

擬ニュートンポテンシャルのもとで計算した物理量に以上の補正を施したものは、シュバルツシルト半径まで非常にエクセレントな近似となり、木に竹を接ぐ計算では非常に力を発揮すると思われる。応用例として、擬ニュートンポテンシャル下における、相対論的 AFAF モデルの自己相似的解とその補正を示す。