Y16c　RKDG 法を用いた高精度数値流体計算法の開発

○小山 洋 (神戸大)、西川裕章 (ミシガン大)

宇宙における流体力学の問題ではダイナミックレンジの大きな現象を扱う事が多いためにしばしば大規模な数値計算が必要とされる。この計算コストを考えるとより少ないメッシュ数で分解する高精度の計算法が望まれる。加えて、宇宙流体では輻射や重力といった Source 項や熱伝導、粘性といった拡散項を組み込まなければならない場合が多い。このような問題を精度良く解くために、我々は有限体積法の高次精度への拡張として近年活発に開発が進んでいる RKDG (Runge-Kutta Discontinuous Galerkin) 法を試みたので紹介する。

RKDG 法はセル内の物理量の分布を多項式で表現し、その係数の時間発展方程式を解く方法である。具体的には、まず流体の偏微分方程式を Galerkin の方法を用いて空間差分化する。この時、セル境界における物理量の不連続性を利用して、数値流束にリーマン問題の解を用いることにより風上性が保てる。こうしてセル平均、セル勾配といった量の常微分方程式が得られる。この常微分方程式を Runge-Kutta 法によって時間方向に積分する。周囲のセルの補間による従来の高精度化に比べて、セル勾配そのものの時間発展方程式を解く事が RKDG 法の優れた点である。周囲のメッシュの補間を行わないので並列化にも適している。さらに、拡散項のような物理量の空間微分や Source 項もメッシュ内の分布を考慮して算出されるので複雑な微分方程式であっても高精度化が容易である。但し、高次の微係数の項に対しては微分量を新たな未知数として導入し一階の連立微分方程式にして Galerkin 法を適用する Local Discontinuous Galerkin 法を用いないと精度が得られないことに注意したい。具体例として熱的不安定性のテスト計算を行った結果、従来の方法で 3 メッシュ必要だった Stiff な緩和スケールを RKDG 法によって 1 メッシュで分解することに成功した。これは 1 メッシュの中の物理量の分布が高い精度で求められているからである。