L09a　ガウス流の普遍的な軌道要素の運動方程式

○齋藤信明 (総合研究大学院大学)、福島登志夫 (国立天文台)

天体の軌道を軌道要素の運動方程式で解く場合、離心率 e が 1 の近くで困難に直面する。これを解決するため、普遍的な (すなわち、離心率に依存しない) ガウス流の軌道要素の運動方程式を導出したので報告する。採用した普遍要素は $(q \equiv a(1-e), \lambda \equiv (1-e)/(1+e), I, \Omega, \omega, L)$ である。ここに L は位置速度の記述 (詳細は省略) に使われる普遍離心近点角 G により普遍ケプラー方程式 $G + ((1-\lambda)/2)\, G^3 c_3\left(\lambda G^2\right) = L$ で定義される普遍平均近点角である。ただし $c_n(x)$ は $c_n(z) \equiv \sum_{j=0}^{\infty} (-z)^j/(n+2j)!$ と定義される n 次の Stumpff 関数である。ガウス流の運動方程式のうち I, Ω, ω については従来どおりで、q と λ については a および e についての従来の表現から簡単に導出できる。L の方程式は、R, S をそれぞれ摂動力の動径成分と軌道面内で動径に垂直な成分としたとき

$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{dt}} = \nu - \frac{C_{\mathrm{R}}\mathrm{R} + C_{\mathrm{S}}\mathrm{S}}{2q\nu(1-\lambda)\left(1+\tau^2\right) c_1}, \ \text{ただし} \ \nu \equiv \sqrt{\frac{2\mu}{q^3(1+\lambda)}}, \ \tau \equiv \tan\frac{f}{2}, \ c_n \equiv c_n(\lambda G^2)$$

$$C_{\mathrm{R}} \equiv A\tau - B, \ C_{\mathrm{S}} \equiv A\left(\frac{1-\lambda\tau^4}{1+\lambda\tau^2}\right) + B\tau\left[1 + \left(\frac{1+\tau^2}{1+\lambda\tau^2}\right)\right], \ B \equiv \frac{\left(1+c_0+c_2G^2\right)^2}{T\left(\lambda\tau^2\right)}$$

$$A \equiv (1+\lambda)\left[\left(c_1 + c_1^2\right)G + 2\left(c_3 - 2c_4 + 2c_1c_3 - c_2^2\right)G^3 + \left(-c_4 + 3c_5 - 2c_2c_4 + 3c_3^2\right)G^5\right], \ T(z) \equiv \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-z)^j}{1+2j},$$

となる。この方程式は $e = 1$ すなわち $\lambda = 0$ の近傍で正則であり、従って困難に直面しない。