

U26c Relation between Presheaf and Monoid Semantics of Quantum Logic

中山 薫二 (龍谷大学)

Isham 等はトポス理論を用いた量子論理 (量子命題) の semantics を提案している (Isham 1996, Isham & Butterfield 1998,1999, Hamilton et al. 1999, Butterfield & Isham 2002 等)。それは、古典的な Boole 論理ではなく、Heyting 代数を文脈依存的に用いてすべての量子命題に何らかの真理値を付与する多値論理的な semantics である。その背景には量子論の準実在論的解釈を可能にして量子宇宙論に整合的な基礎を与えたいとの動機がある。

報告者は前回の年会で、Isham & Butterfield (1998) による集合の前層のトポスを用いた semantics と Isham (2005) によるモノイドの表現のトポスを用いた semantics との構造上の関係を調べ、両者が同一の真理値を与える条件を導出した。これは、命題全体の中から真命題の部分集合を選択する、その選び方に関わる形式的な条件であり、手法的にはモノイド構造を前層トポスに埋め込むことによって得られる。

しかし前回は、数学的な煩雑さを避けるため、オブザーバブルに対応する自己共役作用素が離散スペクトルを持つ場合のみに限定していた。そこで今回、連続スペクトルをも含み得るより一般的な場合について、両者の関係を再検討した。その結果、前提条件に若干の修正を加えれば、前回用いた手法が使える、したがってその諸結果も同様に成立することがわかった。関連して、一つの前層による semantics が別の前層によって再現されるための形式的な条件についても、多少一般的に議論する予定である。