M63a Boltzmann 方程式自身に問題がある！－ 太陽風への応用

○平山 淳 (国立天文台)

Boltzmann 方程式に $m\boldsymbol{v}$ を掛け $\boldsymbol{v}$ で積分すると、衝突・外力無しでは Euler 方程式 $\rho D\boldsymbol{V}/Dt = -\nabla P$ を得る．地上大気に応用すると、各分子 (例 N_2) は 1 秒後には「衝突無し」としたので　熱速度の 450m 先に行っている筈である! 又この導出では粒子の運動方程式を使用しておらず、Euler 式は流体の運動方程式とは呼べない! 矛盾の解決策は、衝突項だけに衝突があるとせず、気体要素 Δx を $\Delta x \gg L_{mfp}$（=平均自由行路=40nm) と採り、内部衝突を導入すると $\Delta x\Delta y\Delta z \equiv \Delta\boldsymbol{r}$ の気塊は 1 秒後も殆ど分散せず元通りである．よって下式で $(f\Delta\boldsymbol{r})_{blob}$ として全項に「衝突」を導入．
$\therefore$ 衝突優勢な気体の粒子数保存 $\Rightarrow \frac{\partial(f\Delta\boldsymbol{r})_{blob}}{\partial t} = -\boldsymbol{v}\frac{\partial(f\Delta\boldsymbol{r})_{blob}}{\partial\boldsymbol{r}} - \frac{\boldsymbol{F}}{m}\frac{\partial(f\Delta\boldsymbol{r})_{blob}}{\partial\boldsymbol{v}} + \left(\frac{\partial(f\Delta\boldsymbol{r})_{blob}}{\partial t}\right)_{col} \quad (\Delta x, .. \gg L_{mfp})$
式の導出 $\Rightarrow$ 位置 $\boldsymbol{r}$, 速度 $\boldsymbol{v}$ の粒子数 $f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},t)\Delta\boldsymbol{r}\Delta\boldsymbol{v}$ が増加したなら (左辺), $\Delta\ \mathbf{r}$ 内の衝突の為分散せず外から流入したか, 外力 $\boldsymbol{F}$ の為速度　$\boldsymbol{v}$ の粒子数が増したか, $\Delta\ \boldsymbol{r}$ の中の衝突で　$\boldsymbol{v}$ の粒子が増した為である．状態方程式も導出し直す (1 次元）$\Rightarrow$ 外の粒子 $(v>0)$ が衝突で　Δx の気塊に運動量を与え, 衝突で粒子が Δx を出て $(v<0)$ 運動量を Δx に与えた和は $P(V\to\infty) = [\int_0^V + \int_{-V}^0]m(v-<v>)^2 f(v)dv = nkT$(教科書群に無い方法). 粒子の運動方程式を用いたので, 今や Euler 式は流体の「運動方程式」と呼べる．地球近辺の太陽風では, 速い粒子は衝突せずに運動量を与えない．$\therefore P_e$ の積分は有限の V とすべき．結果は $P_e = \alpha n_e kT_e$, ここで $\alpha \equiv$(密度 scale height$/L_{mfp})^{1/2} \le 1$, 1AU で $P_e \approx 0.4n_e kT_e$．断熱式は $T \propto n^{2\alpha/3}(\alpha\approx 0.4)$, 熱伝導率は $\kappa = \kappa_{Spitzer}\alpha^{5/2} \propto T_e^0$! で観測と合う電子の温度分布を得る．無衝突の CGL 方程式の困難も解決 (非摂動では $nkT \neq 0$ でも $P=0$)．