

U17c Topos-Theoretic Semantics for No Collapse Interpretation of Quantum Theory

中山 薫二 (龍谷大)

量子論においては、すべての量子命題が真または偽の2値論理的真理値を持つとする古典的な実在論的解釈は、Kochen-Specker の定理によって不可能であることが良く知られている。一方、量子命題全体の束 \mathcal{L} 内で Kochen-Specker 定理に抵触せずに2値論理的解釈が可能な範囲については、任意の量子状態 e とオブザーバブル R の対 (e, R) に対し、無矛盾に真偽割り当て可能な最大の量子命題束 $\mathcal{D}(e, R) \subset \mathcal{L}$ を一意的に構成できることが知られている (Bub & Clifton 1996; Bub, Clifton & Sheldon 2000)。ここで、 $\mathcal{D}(e, R)$ は R 以外のオブザーバブル (R と非可換なものも含む) に関する量子命題をも含む非ブール束であるが、勿論一般に $\mathcal{D}(e, R) \neq \mathcal{L}$ であり、 $\mathcal{L} \setminus \mathcal{D}(e, R)$ に属するどの命題にも真理値を与え得ない。

本ポスターでは、Bub 等の構成を適当なトポス構造に埋め込んで多値論理化することで、 $\mathcal{L} \setminus \mathcal{D}(e, R)$ に属する任意の量子命題への真理値割り当てが可能であることを示す。最も簡単なそのような意味論の例は、 R を固定し、任意の量子状態を対象とし R と可換な作用素を射とする文脈圏から集合全体の圏への前層トポスを構成することによって与えられる。特に文脈圏の射を、 R と可換な射影子の concatenation で表現される作用素のみに限定すれば、Isham (2005) と類似した、状態収縮の形式を真理値とする意味論が得られる。

さらに、オブザーバブルの集合 \mathcal{O} 上に関数関係による順序構造を定義し、それが誘導する同値関係による商空間 \mathcal{O}/\sim を用いれば、文脈の圏を量子状態とオブザーバブル (の同値類) の対 $(e, [R])$ 全体にまで拡張することができ、この文脈圏上の前層トポスによる意味論を構成することも可能である。