

A147a matter-field 結合の変分原理，共変形式、非正準 Hamilton 形式

吉田善章（東京大学大学院新領域創成科学研究科）

プラズマの巨視的（流体的）運動方程式の Lagrangian を Euler 形式で定式化し，その束縛条件がもつ位相幾何学的な意味を分析した．

流体運動は，Lagrange 形式（diffeomorphism）で表現すると自然な Lagrangian が導出できる．しかし，Euler 形式での定式化には不明確な点が残されていた．流体運動と場（電磁場など）の結合を記述するためには，Euler 形式に（あるいは Lagrange 形式に）統一した表現が望まれる．本研究では，いわゆる Clebsch 表現の完全形のあるべき形式を確定し，これを用いて Euler 形式で表される Lagrangian の完全形を示した．この場合，Clebsch ポテンシャルが流速場の parameterization を与えるように，Lagrange 未定乗数を導入して「束縛」を加える必要があるが，その束縛は初期条件を規定することに対応することが示され，Lagrange 形式と Euler 形式の同等性が証明される．

変分原理によって得られる運動方程式は特異な Lie-Poisson 括弧式をもつ Hamilton 形式となり，非正準 Hamilton 構造が現れる．その核（Casimir 不変量）を構成するのがヘリシティーである．

ヘリシティーによって位相電荷が与えられた渦として，Beltrami 場が現れる．すなわち，Beltrami 場は Casimir 不変量によって変換された Hamiltonian の停留点（平衡点）である．この Hamiltonian は Lyapunov 関数として平衡点の安定性を導くのには有用であるが，無限次元力学系特有の強圧性条件に注意する必要がある．

理論の応用として，Beltrami 場と，降着円盤・ジェットの渦構造との関係を議論する．