

L04a 衛星加速度の並列計算

福島登志夫 (国立天文台)

重い天体の周りを周回する軽い天体を「衛星」と呼ぼう。衛星の軌道計算時間の大部分を占めるのは母天体の非質点重力場による加速度計算であり、近年、重要性が増している編隊飛行の場合は、加速度の空間偏微分の計算がこれに加わる。母天体が地球や月、惑星など球対称に近い場合、その重力場 V は球面調和関数で展開される。

$$V(r, \phi, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^L \left(\frac{a_e}{r} \right)^n J_n P_n(\sin \phi) + \sum_{m=1}^M \sum_{n=\max(2,m)}^N \left(\frac{a_e}{r} \right)^n P_n^m(\sin \phi) (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) \right]$$

もちろん、多重極展開は有力な高速計算法だが、母天体の重力場解析など計算精度が要求される場合には不向きである。三角級数計算はFFTもしくはチェビシェフ多項式の3項漸化式が定石だが、この部分の高速化は1次元問題であるため本質的ではない。従って、主問題はルジャンドル陪関数 P_n^m の関数値および微分値の高速計算に帰着するが、その並列化はこれまで議論されてこなかった。本稿では、(1) P_n^m の完全正規化、(2) 正規化 P_n^m の位数固定3項漸化式計算のベクトル化、(3) 正規化 P_n^m のマトリックス微分公式 (Bosch 2000, Phys. Chem. Earth, 25, 655)、および(4) 三角形状2重doループの折り畳み (Fukushima 2011a, AJ, 142, 18) の組み合わせにより、並列化による高速計算が実現できたことを報告する。例として、4コア8スレッドCPUを持つ商用PCによる倍精度計算では32次で1.5倍、256次で3.0倍、2048次で3.4倍の高速化が達成できた。なお、正規化 P_n^m の倍精度計算では高次(約2700以上)の場合にアンダーフロー問題が発生するが、この問題の指数拡張実数の導入による究極的解決法については、Fukushima (2011b, J. Geodesy, DOI 10.1007/s00190-011-0519-2) を参照されたい。