

U25c **Quantization Sheaf Topos**

中山 薫二 (龍谷大学)

前々回の年会で、Döring & Isham 流の量子トポス (Hilbert 空間上の有界作用素からなる可換 von Neumann 代数の圏を文脈圏とする前層 (presheaf) のトポス) 上に、古典物理系の量子化が誘導する構造について考察した。その結果、量子化は、文脈圏上に Grothendieck 位相を (従って、量子トポス上に Lawvere-Tierney 位相を) 誘導することが示された。証明の鍵は、量子化写像によって誘導される、前量子化圏と文脈圏を結ぶ関手の対 (量子化関手と古典化関手) が順序準同型の adjunction、すなわち Galois 接続になる点にあった。

一般に Grothendieck 位相は、前層のトポス内に層 (sheaf) のトポス (所謂 Grothendieck トポス) を誘導することが知られている。その際、層トポスは、各前層に対して層化関手 (associated sheaf functor) を作用させることで構成される。しかし層化関手の一般的な構成方法はかなり厄介な手順を踏み、その意味も直観的にわかりやすいものではない。

しかし、量子化が量子トポス上に誘導する『量子化位相』の場合、層化関手は古典化関手と量子化関手の合成から誘導される、極めて明快な表現と意味をもつ関手であることがわかった。このため、量子化位相によって量子トポスに誘導される Grothendieck トポス (量子化層トポス) は (トポス理論的に) 初等的に構成できることがわかる。

量子化層トポスは量子トポスよりも「小さい」構造であり、古典系との対応がはっきりしているため、応用上扱いやすいはずである。報告者は、Döring & Isham が量子トポス上に展開した量子論を、ほぼそのまま量子化層トポスに翻訳できるものと期待している。