J137a　輻射輸送の M1 モデルの特性とローレンツ変換

花輪知幸 (千葉大学), Edouard Audit (CEA)

輻射やニュートリノは主要なエネルギー伝達媒体なので、高密度天体のシミュレーションでも、その輻射過程をできるだけ精密に取り扱うことが望ましい。しかし輻射強度は場所や時刻だけでなく運動量の関数なので、輻射輸送方程式を直接計算すると計算量が膨大になる。そこで多くのシミュレーションでは、何らかの近似により輻射過程の計算量を減らしている。M1 モデルはそのような近似の一つで、輻射輸送方程式を解く代わりに、角度方向について積分した 0 次と 1 次のモーメント方程式を解く方法である。この方法では輻射のエネルギー密度 E (=輻射強度の 0 次のモーメント) と輻射の流束 $\boldsymbol{F}$(=1 次のモーメント) が独立な変数として扱われる。このため、拡散近似では取り扱いが困難であった、散乱や吸収体による影を容易に取り扱うことができるので、有用な近似である。本講演では、この M1 モデルが超相対論的粒子の流体力学方程式と完全に等価であることを示す。

等価であることを示すためには、エネルギー密度の代わりにエンタルピー密度 H で方程式を書き直せば良い。エンタルピー密度 H は、M1 モデルの圧力テンソル

$$P_{ij} = \left[\frac{3\chi - 1}{2}\frac{f_i f_j}{|\boldsymbol{f}|^2} + \frac{1-\chi}{2}\delta_{i,j}\right]E, \quad \chi = \frac{3 + 4|\boldsymbol{f}|^2}{5 + 2\sqrt{4 - 3|\boldsymbol{f}|^2}}, \qquad \boldsymbol{f} = \frac{\boldsymbol{F}}{cE}$$

の圧力の等方成分とエネルギー密度の和 $[H = (3 - \chi)E/2]$ と定義される。ここで f_i と f_j は $\boldsymbol{f}$ の i-および j-成分、c は光速度、 δ_{ij} は Kronecker のデルタを表す。対応する速度は $\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{F}/(cH)$ である。圧力の等方成分 $(1 - \chi)E/2$ はローレンツ不変であり、$(1, \boldsymbol{\beta})/\sqrt{1 - |\boldsymbol{\beta}|^2}$ により定義される 4 元速度はローレンツ変換に従う。