

U28c

Logicalization of Quantum Probabilities on Quantization Topology

中山薫二（龍谷大）

トポス理論的量子論は、量子宇宙論や量子重力理論の整合的な基礎として測定概念に依拠しない形式での量子論の再定式化である。しかし勿論測定にかかわる通常の量子論の結果とは整合的であるべきであり、それらはトポス量子論に何らかの形で包摂されなければならない。実際、例えば Döring & Isham (2013) では、量子論的確率を直観主義論理的真理値として解釈できることを示している。ただしこの場合、確率は通常の頻度解釈ではなく、所謂傾向性あるいは潜在性として解釈される。

彼らは、確率 $p \in [0, 1]$ を开区間 $(0, 1)$ 上の開集合 $\{(0, p) | p \in [0, 1]\}$ と同一視することで $(0, 1)$ 上の位相とみなし、この確率位相空間上に、真理値空間が確率位相と Heyting 同型になるような、ある層トポスを導入する。さらに、量子命題を表現するための文脈圏上の前層トポス（量子トポス）において、すべての前層を層とみなせる位相（Alexandroff 位相）を導入し、Alexandroff 位相と確率位相の積位相によって定義される層トポス上で確率を論理化して扱う量子論を構成している。

一方、量子系が古典系の量子化で与えられる場合、量子トポスには Lawvere-Tierney 位相が自然に誘導され、それが定義する層トポス上でトポス量子論が可能であることが筆者によって示されている。しかし量子化層トポス上の理論が前層トポス並みの表現力を持つためには、この上でも確率の論理化が可能でなければならない。

ポスターでは量子化位相を用いても確率の論理化が可能であることを示す。即ち、上記の確率位相から誘導される層トポスを与える Lawvere-Tierney 位相を求め、それと量子化によって誘導される Lawvere-Tierney 位相との積位相によって定義される層トポスを用いることによって、量子論的確率の論理化された量子論が可能になる。